비례 항법 유도 시스템의 유한 시간 안정성이 고려됩니다. 평면 기하학과 선형 미사일 역학을 가정하여 비례 항법 미사일-표적 유도 모델이 먼저 공식화됩니다. 모델은 선형 시간 불변 요소와 시간 변동 이득으로 구성된 피드백 구성을 보여줍니다. 그런 다음 유한 시간 전역 절대 안정성의 정의가 제시됩니다. 원 기준을 사용하여 유도 역학의 유한 시간 안정성을 분석할 수 있음을 보여줍니다. 안정성이 보장될 수 있는 비행 시간에 대한 분석 경계가 설정됩니다. 경계는 시스템 매개 변수와 비행 시간에 따라 달라집니다. 이전 연구에 비해 덜 보수적인 결과를 얻을 수 있습니다. 이 접근 방식은 주어진 미사일 역학에 대한 시스템 거동 분석을 가능하게 할 뿐만 아니라 더 중요한 것은 시스템 설계를 위한 도구의 생성을 가능하게 합니다. 경계에 대한 시스템 매개 변수의 효과를 보여주는 실례가 제시됩니다. 또한 미스 거리와의 관계와 같은 일부 설계 시사점이 개략적으로 설명됩니다.

1.Introduction

PN(Proportional Navigation)은 미사일 유도에 일반적으로 사용되는 방법입니다. 방대한 문헌이 이 주제에 대해 존재합니다(예: 참조 1 및 그 참조 참조 참조). PN의 솔루션은 이상적인 역학, 즉 LOS(Line-of-Sight) 속도와 적용된 가속도 사이에 지연이 존재하지 않는 경우, LOS 속도는 추적 끝에서 0으로 수렴하는 시간의 감소 함수임을 나타냅니다. 실제 역학을 고려할 때 PN 유도(PNG)는 요격 부근, 즉 LOS 속도가 발산하고 그에 따라 필요한 미사일 기동 가속도가 발산하는 경향이 있는 것으로 알려져 있습니다. 이러한 발산은 미스 거리에 심각한 영향을 미칠 수 있습니다. 이와 같이, 이는 미사일 설계에서 주요한 문제가 될 수 있습니다.

미스 거리 분석을 주제로 많은 연구가 진행되었습니다. 미사일 유도는 유한한 시간 간격에 걸쳐 정의된 비선형 제어 문제입니다. 알려진 분석 기술을 적용하기 위해 시스템 방정식이 선형화됩니다. 이 선형화는 미사일이 소위 충돌 코스에 도달할 때 요격에 가깝게 유효합니다. 효과적으로 추적 끝에 가까워지는 근접 속도가 일정한 값에 접근하고 범위가 시간의 선형 함수에 의해 근사화될 수 있음을 보여주었습니다. 이 근사화 하에서 시스템 방정식은 선형이 되고 시간에 따라 변화합니다. 선형 시간 가변 방정식을 사용하여 미스 거리 분석을 수행하기 위해 adjoint 방법과 같은 알려진 기술이 적용되었습니다. adjoint 기술은 시스템 충격 응답에 기반하고 역시간에서 수치 적분하여 미스 거리를 분석하는 데 사용될 수 있습니다. 그러나 일반적으로 기동 및 비조작 목표물 모두에 대해 낮은 차수의 단순화된 역학이 활용되어 왔습니다. 보다 현실적인 모델을 고려한 요격 단계 안정성 문제에 대한 관심이 감소했습니다.

최근 연구에서 칼만-야쿠보비치-포포브 보조정리는 PNG 시스템의 유한 시간(절대) 안정성을 조사하기 위해 사용되었습니다. 연구의 기본 가정은 PNG 시스템 안정성과 미스 거리 사이에 강한 연관성이 있다는 것입니다. 비록 이 가정이 분석적으로 증명되지는 않았지만, 경험적 경험에 의해 그 타당성이 정당화되었습니다. 참조 5에서, 안정성을 보장할 수 있는 시간과 미사일의 매개 변수와 관련된 분석식이 개발되었습니다. 분석식은 적합한 시스템 설계에 의해 더 큰 시간의 안정성을 달성하는 방법에 대한 지침을 제공합니다. 이 접근법은 주어진 미사일 역학에 대한 시스템 거동의 분석을 가능하게 할 뿐만 아니라 더 중요하게는 시스템 설계를 위한 도구의 생성을 가능하게 합니다

이 논문은 참조 5의 결과를 확장합니다. 유도 시스템의 선형화된 시간 가변 모델이 먼저 얻어집니다. 예시적인 예는 비선형 모델과 유사함을 보여줍니다. 그런 다음 잘 알려진 원 기준을 사용하여 PNG의 유한 시간 안정성 특성을 조사합니다. 이 기준을 사용하여 임의 크기의 시간 가변 섹터를 정의할 수 있습니다. 이를 통해 임의의 비행 시간에 대한 안정성을 위한 충분한 조건을 만들 수 있으므로 비행 시간이 많은 경우만 고려된 참조 5의 결과를 개선할 수 있습니다. 임의의 비행 시간의 경우가 덜 보수적인 결과를 만들기 때문에 안정성 시간에 대한 더 나은 한계가 얻어집니다. 또한 동결된 시간 시스템의 안정성은 원 기준에 의해 부과됩니다. 이 조건은 일반적으로 다른 조건보다 훨씬 덜 보수적인 것으로 밝혀지므로 자동 조종 설계에 의해 긴 시간의 안정성을 달성하기 위한 제한 능력의 표시로 사용될 수 있습니다. 또한 유한 시간 절대 안정성 분석이 빗나간 거리를 최소화하는 자동 조종기의 설계에 사용될 수 있음을 보여줍니다.

이 논문은 다음과 같이 구성되어 있습니다. II절은 PNG 시스템을 분석하는 데 사용되는 수학적 모델링을 제시합니다. III절은 원 기준을 설명하고 절대 안정성과 유한 시간 절대 안정성 개념을 소개합니다. IV절은 PNG 시스템의 유한 시간 글로벌 절대 안정성을 다룹니다. V절에서는 몇 가지 예시적인 예가 고려되고 V절에서는 마무리 발언이 제공됩니다.

2. Mathematical Modeling

3차원 PN 요격 문제의 일반적인 공식화는 다소 복잡합니다. 그러나 측면 및 종단 기동 평면이 롤 제어를 통해 분리된다고 가정하면 상당히 현실적인 방식으로 동등한 2차원 문제를 처리할 수 있습니다. 우리는 기하학이 2차원이라고 추가로 가정할 것입니다. 이 기본 가정에 추가하여, 우리는 또한 총 비산물 횡방향 가속도의 중력 성분이 무시할 수 있다고 가정할 것입니다.

앞의 가정은 우리가 그림 1과 같이 일반 평면 요격 미사일-표적 기하학을 공식화할 수 있게 해줍니다. 그림은 PN을 사용하여 기동 목표물을 요격하는 미사일을 설명합니다. 그것은 기동 가속도가 순간 LOS에 수직인 진정한 비례 항법 (TPN) 또는 기동 가속도가 순간 속도 벡터에 수직인 순수 비례 항법 (PPN)일 수 있습니다. 두 경우 모두 수학적 처리는 비슷합니다. 우리가 다음에 보게 될 것처럼, 그것은 오직 효과적인 PN 상수를 어떻게 정의하느냐에 달려 있습니다.

그림 1에 주어진 기하학적 형상을 모델링하는 운동학적 방정식은 다음과 같습니다

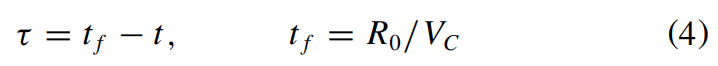
텍스트, 폰트, 화이트, 타이포그래피이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

충돌 경로로부터의 편차가 작고 가까워지는 속도 Vc가 일정하다고 가정할 때, 우리는 다음과 같이 쓸 수 있습니다

텍스트, 폰트, 화이트, 라인이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명



PN 제어 법칙에 의해 생성된 명령된 미사일 가속도는



은 측정된 LOS 속도이며, N’는 효과적인 PN 상수이다.

텍스트, 폰트, 화이트, 타이포그래피이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

seeker 역학은 전달 함수 G1(s)에 의해 모델링됩니다

폰트, 화이트, 텍스트, 라인이(가) 표시된 사진

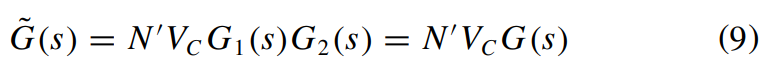
자동 생성된 설명

미사일의 비행 제어 역학은 전달 함수 G2(s)에 의해 설명됩니다

폰트, 화이트, 타이포그래피, 디자인이(가) 표시된 사진

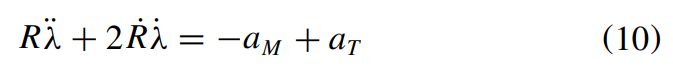
자동 생성된 설명

식 (5), (7) 및 (8)로부터 LOS 비율과 실제 미사일 가속도 사이의 전반적인 폐루프 역학은 전달 함수에 의해 설명됩니다



는 점진적으로 안정적이다.

LOS(그림 1 참조)에 수직인 미사일 가속도를 설명하는 일반 방정식은 각가속도과 코리올리 효과를 포함합니다. 기본 운동학에서 이 방정식은

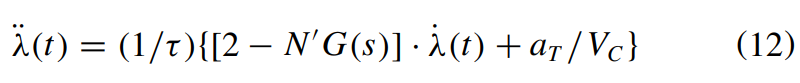


이제 (3), (5), (9)를 (10)에 대입하면 다음과 같은 결과가 나옵니다

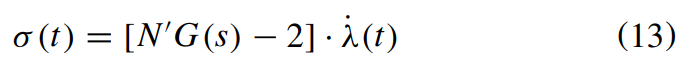
폰트, 텍스트, 타이포그래피, 화이트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

식 (11)에서 우리는 LOS 가속도를 다음과 같이 나타낼 수 있습니다



선형화된 2차원 PN 시스템의 안정성은 순방향 경로에서 선형 시변(LTI) 요소와 피드백에서 시간변 이득으로 구성된 폐루프 시스템 표현을 얻기 위해 식 (12)를 조작하여 분석할 수 있습니다. 폐루프 시스템은 Fig. 2에 나타나 있습니다. Fig. 2에서, = 0이라고 암묵적으로 가정합니다. 이 가정은 연구의 후반부에 언급되어야 합니다. LTI 부분은 H(s)입니다. 피드백은 운동학적 이득 이라는 것에 주목하십시오. 시스템의 출력은 시그마이고, 시그마는



루프 이득 은 시간에 따라 단조롭게 증가하기 때문에, 인터셉트 이전의 일정한 시간(동결된 시간)에 불안정성이 발생한다는 것은 이미 설명할 수 있습니다

3. Absolute Stability, Finite Time Absolute Stability, and the Circle Criterion

그림 3의 피드백 구성을 고려하십시오. 그림 3은 순방향 경로에서 LTI 전달 함수와 피드백에서 단일 음이 아닌 비선형 시간 변동 이득을 포함하는 제로 입력 제어 루프를 보여줍니다. 상태 벡터의 적절한 선택에 의해 지배 미분 방정식은 다음과 같은 형태로 표현될 수 있습니다

폰트, 텍스트, 라인, 화이트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

n X n 행렬 A는 더 낮은 companion 형태이고, n X n 행렬 B는 rank 1를 갖습니다:

텍스트, 도표, 스크린샷, 라인이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

실수 그리고 은 다항식의 계수들이다.

텍스트, 폰트, 라인, 화이트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

원 기준으로부터 얻은 안정성 정보는 구간 에 제약된 함수 f()의 class에 적용됩니다.



식 (14) 및 (17)에 의해 주어진 미분 시스템 등급은 으로 표시되어야 합니다.

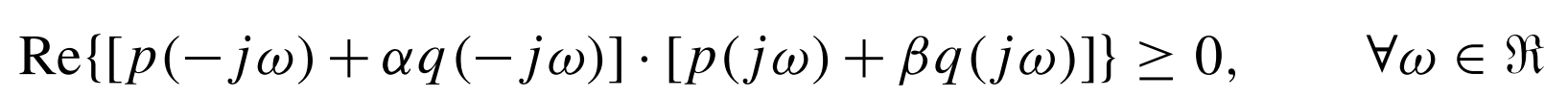
이제 다음에 나오는 정의를 고려해보자.

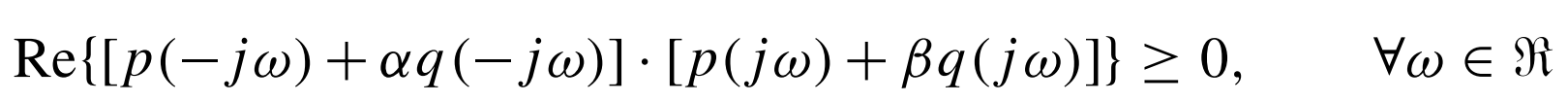
정의 1: 시스템(14)는 글로벌적으로 절대적 안정하다. (점진적으로 안정하다) P>0이 존재할 때. 가 시간()에 따른 증가하지 않는 함수(감소함수)

그림 3에 따르면 다음이 가정되었다. H(s)=q(s)/p(s), p(s)와 q(s)는 코프림 다항식이다. p(s)는 monic 다항식(최고차항의 계수가 1)이다. H(s)는 엄밀하게 적절하다. (deg[p(s)] > deg[q(s)]). f() 게인은 operator f(x,t)이다: . 이것은 시간에 따른 함수이고, 상태 변수들이다. 또한 모든 초기 조건에 대한 지배 미분 방정식에 대한 해의 존재와 고유성을 보장할 만큼 충분히 매끄럽습니다.

이러한 가정 하에서 다음 정리는 전역 절대 안정성(GAS) 및 전역 절대 점근 안정성(GAAS)에 대한 충분한 조건을 제공합니다.

이론 1 [원 기준]

1) 에 속한 모든 미분 시스템은 다음 조건일 때 전역 절대 안정성(GAS)이다. a) p(s)+kq(s)가 Re[s]>0 인 오른쪽 평면에서 제로를 가지지 않고, Re[s]=0 인 허수 축은 단순하다. b) 

2) 에 속한 모든 미분 시스템은 다음 조건일 때 전역 절대 점근 안정성(GAAS)이다. a) p(s)+q(s)가 Re[s]<0 인 왼쪽 평면에서 모든 제로를 가진다. b) 

원 기준은 잘 알려져 있다. 이론 1은 the context of input-output(L2) stability 또는 internal Lyapunov stability에서 잘 쓰인다. 이것은 quadratic Lyapunov function 사용하여 몇몇 방법으로 증명되었다.

Remark: 원 기준의 이전 공식에서는 제로 입력 시스템을 가정했습니다. 그러나 정리 1은 유계 입력 유계 출력 감각에도 적용됩니다. 이것은 원 기준이 점근적 안정성뿐만 아니라 지수적 안정성에 대한 풍부한 조건을 제공하기 때문에 사실입니다. 따라서 우리는 그림 2에 나타난 표준 형식을 얻기 위해 aT = 0이라고 암묵적으로 가정했지만, 이것은 주로 더 유용한 표현을 얻기 위해 수행되었습니다. aT = 0을 가정할 때 일반성의 손실은 발생하지 않습니다.

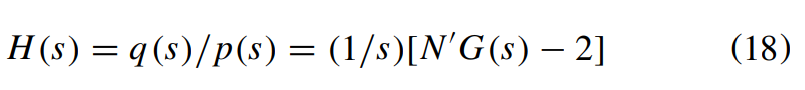
이제 를 time 간격라고 하자. 인 함수를 고려해 보자. 이 경우 시간이 유한한 간격을 넘어 정의될 때, 우리는 다음을 정의해도 된다.

정의2: 시스템(12)는 시간 간격 유한한 시간 안정적이다. P>0이 존재할 때. 가 시간(에 따른 증가하지 않는 함수(감소함수)

다음 섹션에서는 PNG 시스템에서 유한한 시간 글로벌 절대적 안정성(FTGAS)가 제시될 것이다.

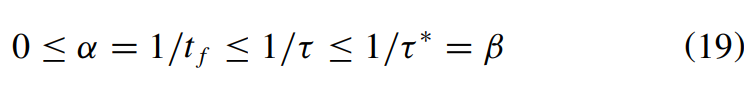
4. FTGAS of PNG Systems

독자는 지금쯤 III장에서 논의한 원 기준의 공식과 제시된 PNG 시스템의 수학적 모델링이 밀접한 관련이 있다는 것을 알아차렸을 것이다. PNG 시스템의 FTGAS 특성을 조사하기 위해 우리는 먼저 시스템의 LTI 부분이 다음과 같이 주어졌다는 것을 알아차렸다



비선형 요소 f(x,t)는 선형 시변형 kinematic gain 이다.

우리는 다음 간격을 고려한다.



는 그림2의 유도루프가 정의2에서 안정적인 가장 짧은 time to go이다. i.e.,는 유도 발산이 일어날 수 있는 시간에 대한 하한을 제공한다. 이 bound의 계산은 뒤에 서술하는 바와 같이 PNG 시스템의 분석에 중요한 정보를 제공합니다. 이제 그림 2와 식 (18) 및 (19)에 설명된 PNG 시스템에 이론1의 조건을 적용할 것입니다. 먼저 q(s)와 p(s)가 서로소(coprime)임을 보여야 합니다. 이것은 다음 보조정리(Lemma)에 의해 수행될 것입니다:

Lemma 1: , n(s)와 d(s)가 coprime,라고 가정하자. 식(18)에 따라 라고 정의한다. 그러면 만약 이면 p(s)와 q(s)가 서로소(coprime)이다.

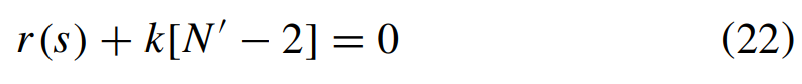
증명: Appendix A

우리는 이제 정리 1의 조건 1a와 2a에서 비롯되는 즉각적인 결과를 조사할 것입니다. 사실, 이 조건들은 구간에서 동결 시간 (t = const) 폐루프 시스템이 항상 안정적이어야 한다는 것을 명시합니다; i.e., 각 동결시간()에서 시스템 행렬이 Hurwitz(strictly Hurwitz)인지 여부를 확인해야 한다. 이제 시간 변화 이득이 값에서 동결되는 그림 3에 표시된 폐루프 시스템의 특성 방정식을 생각해 보십시오

텍스트, 폰트, 스크린샷, 화이트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

G(0)=1 이기 때문에 특성방정식(21)은 이렇게 쓸 수 있다.



여기서 다항식 r(s)는 free terms을 갖지 않는다. r(0)=0. 식22에서 이론1의 조건 1a 또는 2a에서 다음이 필요하다는 것이 보인다.



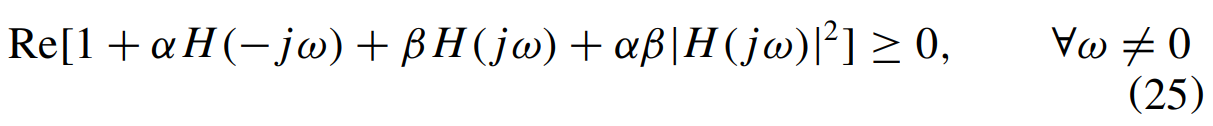
조건(23)은 PN에서 잘 알려져 있다. 그러나 여기서는 그것이 소설이라고 말하곤 한다.

이론1의 조건 1b와 2b에서 설명에 따르면 우리는 먼저 =0일 때, p(0)=0임을 알아야 한다. 또한 이기 때문에 이 조건은 라고 줄어진다. 이제 이라고 가정한다. G(s)가 점근적으로 안정적이기 때문에, 그리고, 일 때, 다음과 같이 조건 1b와 2b를 다시 쓸 수 있다.

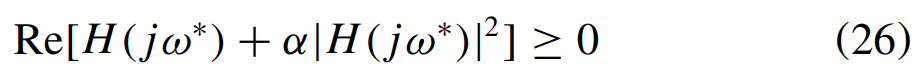
텍스트, 폰트, 화이트, 친필이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

동등하게 식(24)를 다음과 같이 쓸 수 있다.

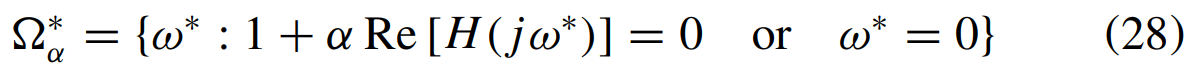


이제 인 이 있다고 가정해보자. 이 경우 이기 때문에 식(25)는 다음과 같이 줄어들 수 있다.





식 27에 등식 를 넣는 것은 항상 만족하는 를 이끌어낸다. 결과적으로 우리는 다음을 정의할 수 있다.



폰트, 화이트, 서예, 라인이(가) 표시된 사진

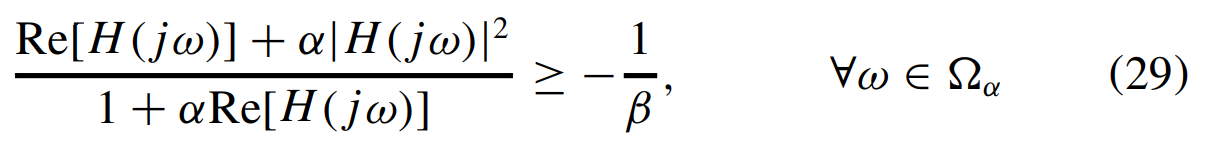
자동 생성된 설명

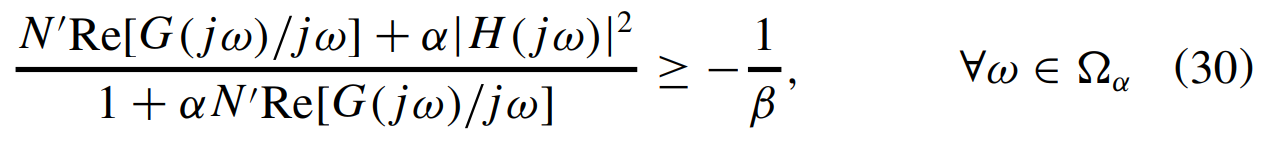
Lemma2: 만약 PNG 시스템이 구간에서 동결시간 폐루프 안정(점근적 안정)이다면 이다.

증명: 텍스트, 폰트, 화이트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

Lemma2를 이용하여 식(25)를 이끌어낸다.





식(30)과 이론1에 의해 만약 시스템이 동결시간 폐루프 안정(점근적안정)이다면, 시스템이 구간에서 FTGAS(FTGAAS)이다. 이 구간에서

텍스트, 폰트, 라인, 화이트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

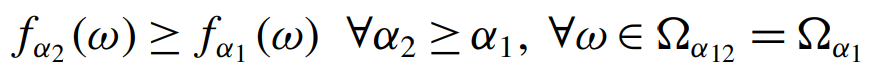
Time to go에 하한은 다음과 같다.

텍스트, 폰트, 화이트, 타이포그래피이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

식 (32)에 제시된 표현은 Ref. 5에서 얻은 결과를 확장합니다. 공학적 관점에서, 주어진 비행 시간 및 시스템 파라미터에 대한 시스템 상태의 발산 시간에 대한 추정치를 제공합니다.

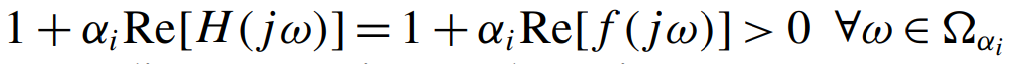
Lemma2는 다음 명제(Proposition)의 증거로 사용된다.

Proposition:  폰트, 타이포그래피, 서예, 화이트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

텍스트, 폰트, 스크린샷, 라인이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명



그러므로 나온 표현은 다음과 같이 쓸 수 있다.

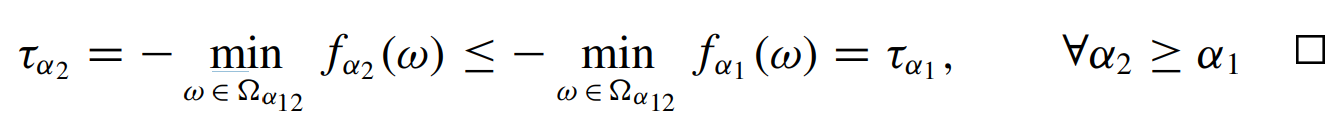
텍스트, 폰트, 친필, 서예이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

앞의 명제에서 볼 때, 비행 시간이 길면 다음 결과에 표시되는 것과 같이 시간 하한이 더 보수적이 된다는 것을 알 수 있습니다:

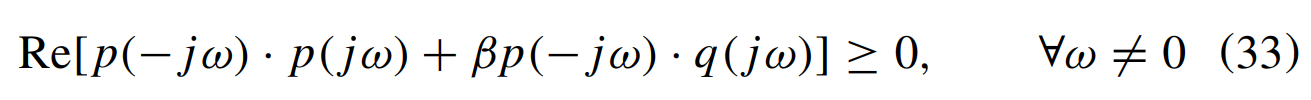
텍스트, 폰트, 화이트, 친필이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명



corollary 1로부터 우리는 비행 시간 가 길수록 더 보수적인 bound가 된다고 결론짓습니다. 이 결과는 비행 시간이 증가함에 따라 원 기준의 공식에서 비선형성 부문이 더 커지기 때문에 놀라운 것이 아닙니다. 또한 작은 비행 시간에 대해서는 루프 이득이 커져서 정리 1의 조건 1a와 2a가 위배될 수 있습니다.

가 클 때 는 작다. 우리는 가 0으로 가는 경우를 고려할 것이다. 이기 때문에 를 모를 때, 가 0으로 가는 것을 선택할 수 있다. 가 0으로 갈 때 이론 1 조건 1b,2b는 다음 부등식으로 근사된다.



식(33)은 식(35)를 사용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

텍스트, 폰트, 라인, 화이트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명



식(18)과 식(19)때문에 식(35)를 다음과 같이 쓸 수 있다.

텍스트, 폰트, 라인, 화이트이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

식 (36)의 표현은 참조 5에서 얻은 표현과 동일합니다. 이것은 임의의 비행 시간에 대해 PNG 시스템이 폐루프 냉동 시간이 안정적이고(점근적으로 안정적) 이동 시간이 다음보다 짧지 않은 한, 정리 1의 의미에서 FTGAS (FTGAAS)라는 것을 암시합니다

텍스트, 폰트, 화이트, 타이포그래피이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

폰트, 타이포그래피, 텍스트, 서예이(가) 표시된 사진

자동 생성된 설명

FTGAS(FTGAAS) 분석은 목표 기동과 같은 입력이 PNG 시스템에 사용되는 경우에도 유지된다는 점을 강조합니다. 이는 명시된 Remark에 따른 것입니다.

5. Illustrative Examples

6. Concluding Remarks

임의 차수의 미사일 동역학을 포함하는 PNG 시스템의 선형화된 모델이 제시되었습니다. 전역 절대 안정성 이론은 PNG 시스템의 FTGAS를 정의하기 위해 사용되었습니다. 원 기준은 발산 전 시스템의 소요 시간에 대한 하한을 설정하기 위해 적용되었습니다. 경계는 이전 연구에서 설정된 경계보다 덜 보수적입니다. 시스템의 매개 변수와 비행 시간이 계산된 경계에 미치는 영향을 보여주는 몇 가지 예시적인 예가 제시되었습니다. 경계에 대한 해석식은 미스 거리 최소화를 위한 자동 조종 매개 변수 선택과 같은 시스템 설계를 위한 지침을 제공합니다.